Lösungen zum 2.Arbeitsauftrag

Bitte vergleiche und verbessere deine Rechenwege und Ergebnisse sorgfältig!

Beachte: Die aufgezeigten Lösungswege sind nur beispielhafte Möglichkeiten. Teilweise gibt es mehrere Lösungsansätze.

Des Weiteren ist zu beachten, dass (wie bisher auch!) die Teilergebnisse jeweils auf zwei Nachkommastellen gerundet wurden, für den weiteren Rechenweg wurden allerdings die exakten Werte im Taschenrechner benutzt.

Lösungen zu den Aufgaben des Arbeitsblattes

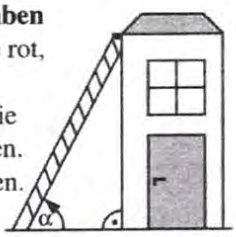
1. Sinus, Kosinus und Tangens bei einfachen Sachaufgaben

Auftrag 1: **Bearbeitet das nachfolgende Arbeitsblatt.**

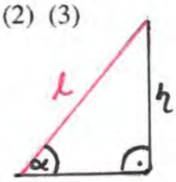
1 Löse die Aufgabe im Kasten.

Eine Leiter soll zur Reparatur der Dachrinne (6,00 m hoch) an einer Hauswand angestellt werden. Der Anstellwinkel α sollte höchstens 75° betragen. Wie lang muss die Leiter mindestens sein, damit sie bis zur Dachrinne reicht?

Lösungsschritte bei Anwendungsaufgaben
(1) In der Zeichnung die gesuchte Größe rot, die gegebenen Größen grün färben.
(2) Das rechtwinklige Dreieck, in dem die gesuchte Größe enthalten ist, zeichnen.
(3) Das rechtwinklige Dreieck bezeichnen.
(4) Die gesuchte Größe berechnen.



(2) (3)



gegeben: $h = 6\,m$ / $\alpha = 75°$

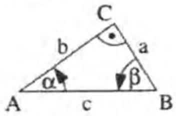
gesucht: l

(4)
$\sin\alpha = \frac{h}{l} \;|\cdot l$

$\sin\alpha \cdot l = h \;|:\sin\alpha$

$l = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{6\,m}{\sin 75°} \approx 6{,}21\,m$

Die Leiter muss mindestens 6,21 m lang sein.



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\sin\beta = \frac{b}{c}$

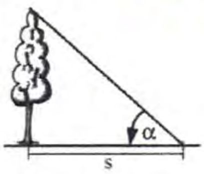
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$

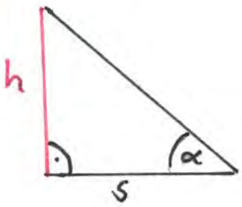
$\tan\alpha = \frac{a}{b}$ $\tan\beta = \frac{b}{a}$

$a^2 + b^2 = c^2$

2 Ein Baum wirft einen Schatten von s = 15,30 m, wenn die Sonnenstrahlen unter dem Winkel α = 42° einfallen. Berechne die Höhe des Baumes.

(1) geg: $s = 15{,}3\,m$, $\alpha = 42°$
(2) (3) ges: h





(4)
$\tan\alpha = \frac{h}{s} \;|\cdot s$

$\tan\alpha \cdot s = h$

$\tan 42° \cdot 15{,}3\,m = h$

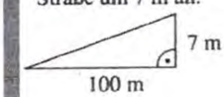
$13{,}78\,m \approx h$

Die Höhe des Baumes ist ca. 13,78 m.

Steigung 7%

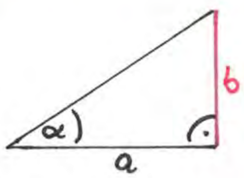
7 Prozent = 7% = $\frac{7}{100}$

Auf 100 m steigt die Straße um 7 m an.



3 Welche Steigung in Prozent hat eine Straße mit dem Steigungswinkel α = 8°?

(1) geg: $\alpha = 8°$, $a = 100\,m$
(2) (3) ges: b



(4)
$\tan\alpha = \frac{b}{a} \;|\cdot a$

$\tan\alpha \cdot a = b$

$\tan 8° \cdot 100\,m = 14{,}06\,m = b$

$\Rightarrow$ Steigung $= \frac{14{,}1\,m}{100\,m} = 0{,}1405$

$\Rightarrow$ 14,05 %

4 Zur Befestigung eines 10,50 m hohen Maibaums (Fig. 1) werden Seile (s = 15,00 m) seitwärts zum Erdboden gespannt. Unter welchem Winkel α werden die Seile am Boden befestigt?

5 Die Holme einer Stehleiter (Fig. 2) sind 2,50 m lang. Beim Aufstellen bilden die Holme einen Winkel α von 45°. Wie hoch reicht die Leiter?

Tipp zu 4 und 5!!!
Dreiecke in Fig.1 und 2 in 2 rechtwinklige Dreiecke zerlegen

Fig. 1

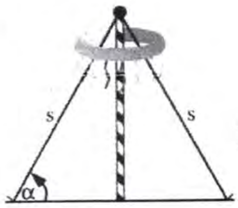


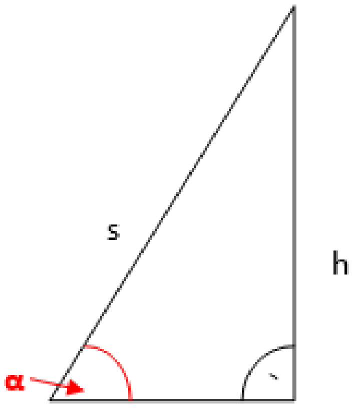
Fig. 2

Lösung Aufgabe 4:

geg: h = 10,50 m
s = 15,00 m

ges: α

$$\sin \alpha = \frac{h}{s}$$
$$\sin \alpha = \frac{10{,}50m}{15{,}00m} \quad |\sin^{-1}$$
$$\alpha \approx 44{,}43°$$



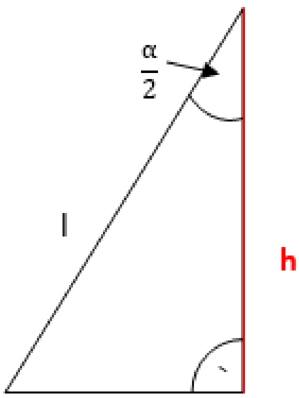
Die Seile werden unter einem Winkel α von 44,43° befestigt.

Lösung Aufgabe 5:

geg: l = 2,50 m
α = 45°

ges: h

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{h}{l} \quad | \cdot l$$
$$\cos\frac{\alpha}{2} \cdot l = h$$
$$\cos 22{,}5° \cdot 2{,}50\ m = h$$
$$2{,}31\ m \approx h$$



Da das Ausgangsdreieck halbiert werden muss (kein rechter Winkel), wird auch der Winkel α halbiert.

Die Leiter reicht ca. 2,31 m hoch.

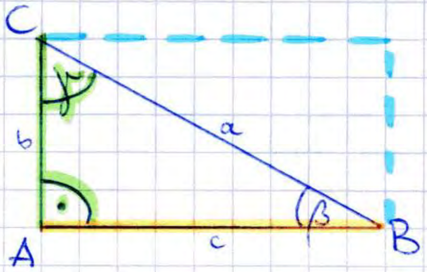
Lösungen zu den Aufgaben aus dem Buch S.119

S119 / Nr 5

a) geg: $b = 11,4\,cm$

$\alpha = 90°$

$\gamma = 64°$



ges: c, Flächeninhalt ΔABC

Zsg: ① $\tan \gamma = \frac{\text{Gegenkathete } \gamma}{\text{Ankathete } \gamma}$

$\tan \gamma = \frac{c}{b} \quad | \cdot b$

$\tan \gamma \cdot b = c$

$\tan 64° \cdot 11,4\,cm = c$

$\underline{\underline{23,37\,cm \approx c}}$

② Flächeninhalt $\Delta ABC = A_\Delta$

hier: $A_\Delta = \frac{1}{2}\, c \cdot b$

$\approx \frac{1}{2} \cdot 23,37\,cm \cdot 11,4\,cm$

$\underline{\underline{\approx 133,21\,cm^2}}$

S119/Nr 5

b)

geg: $a = 7{,}8\,cm$

$\alpha = 24°$

$\beta = 90°$

ges: c ; A_Δ

Lsg: ① $\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete } \alpha}{\text{Ankathete } \alpha}$

$\tan\alpha = \frac{a}{c} \quad | \cdot c$

$\tan\alpha \cdot c = a \quad | : \tan\alpha$

$c = \frac{a}{\tan\alpha}$

$c = \frac{7{,}8\,cm}{\tan 24°}$

$\underline{\underline{c \approx 17{,}52\,cm}}$

② $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c$

$\approx \frac{1}{2} \cdot 7{,}8\,cm \cdot 17{,}52\,cm$

$\underline{\underline{\approx 68{,}32\,cm^2}}$

S 119 / Nr 5

c) geg: $b = 0{,}48\,cm$

$\beta = 17°$

$\gamma = 90°$

ges: a, A_Δ

Lsg: (1) $\tan\beta = \frac{\text{Gegenkathete } \beta}{\text{Ankathete } \beta}$

$\tan\beta = \frac{b}{a} \quad |\cdot a \quad |:\tan\beta$

$a = \frac{b}{\tan\beta}$

$a = \frac{0{,}48\,cm}{\tan 17°}$

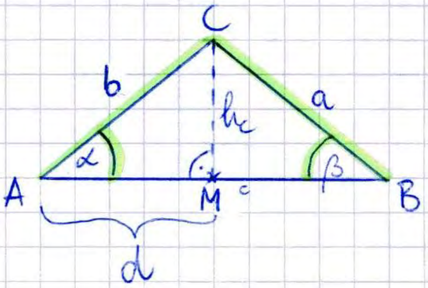
$\underline{\underline{a \approx 1{,}57\,cm}}$

(2) $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

$\approx \frac{1}{2} \cdot 1{,}57\,cm \cdot 0{,}48\,cm$

$\underline{\underline{\approx 0{,}38\,cm^2}}$

S119 / Nr 6



geg: $\alpha = 42° \stackrel{!}{=} \beta$

$a = b = 12cm$

ges: $A_{\Delta ACB}$

h_c, c bzw. d

Berechnungen im ΔACM:

Lsg: ① $\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

$\sin\alpha = \frac{h_c}{b} \quad | \cdot b$

$\sin\alpha \cdot b = h_c$

$\sin 42° \cdot 12cm = h_c$

$\underline{\underline{8{,}03cm \approx h_c}}$

② $\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

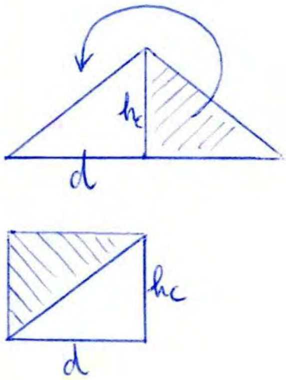
$\cos\alpha = \frac{d}{b} \quad | \cdot b$

$\cos\alpha \cdot b = d$

$\cos 42° \cdot 12cm = d$

$\underline{\underline{8{,}92cm \approx d}} \quad (= \frac{1}{2} \cdot c)$

③ $A_{\Delta ACM} = \frac{1}{2} \cdot h_c \cdot d$



$A_{\Delta ACB} = 2 \cdot A_{\Delta ACM}$

$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot h_c \cdot d$

$= h_c \cdot d$

$\approx 8{,}03cm \cdot 8{,}92cm$

$\underline{\underline{\approx 71{,}63\ cm^2}}$

S119/ Nr 7

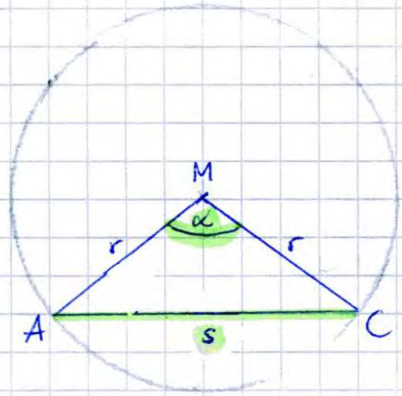
geg: Mittelpunktswinkel $\alpha = 106°$

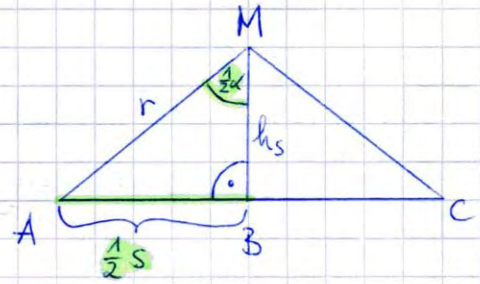
Sehne $s = 12{,}8\,cm$

ges: $U_0 = \pi \cdot d$ (wobei $d = 2 \cdot r$ gilt)

$A_0 = \pi \cdot r^2$

$\Rightarrow r\,?$





Lsg: Berechnungen im Dreieck AMB:

① $\frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \cdot 106° = \underline{\underline{53°}}$

$\frac{1}{2}s = \frac{1}{2} \cdot 12{,}8\,cm = \underline{\underline{6{,}4\,cm}}$

② $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{\text{Gegenkathete}\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}{\text{Hypotenuse}}$

$\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{\frac{1}{2}s}{r} \quad | \cdot r \quad | : \sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$

$r = \frac{\frac{1}{2}s}{\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$

$r = \frac{6{,}4\,cm}{\sin 53°}$

$\underline{\underline{r \approx 8{,}01\,cm}}$

③ $U_0 = \pi \cdot 2 \cdot r$

$\approx \pi \cdot 2 \cdot 8{,}01\,cm$

$\underline{\underline{\approx 50{,}35\,cm}}$

$A_0 = \pi \cdot r^2$

$= \pi \cdot (8{,}01\,cm)^2$

$\underline{\underline{\approx 201{,}56\,cm^2}}$

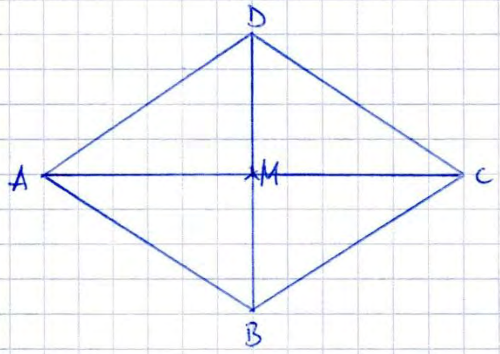
S119 / Nr 8

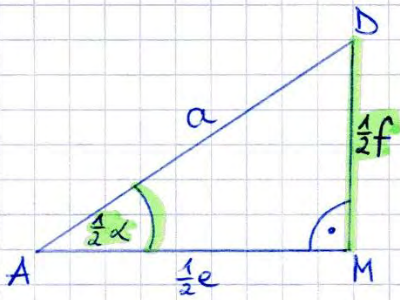
geg: $\overline{BD} = f = 7{,}2\,cm$

$\alpha = 68° = \gamma$

ges: Umfang Raute $= U_\diamond = 4 \cdot a$

Flächeninhalt Raute $= A_\diamond = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2} e \cdot f$





Zsg: Berechnungen im Dreieck ADM:

① $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{\text{Gegenkathete}\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}{\text{Hypotenuse}}$

$\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{\frac{1}{2}f}{a} \quad \Big| \cdot a \quad \Big| : \sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$

$a = \frac{\frac{1}{2}f}{\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$

$a = \frac{3{,}6\,cm}{\sin 34°}$

$\underline{\underline{a \approx 6{,}44\,cm}}$

NR: $\frac{1}{2} \cdot f = \frac{1}{2} \cdot 7{,}2\,cm$
$= \underline{\underline{3{,}6\,cm}}$

$\frac{1}{2} \cdot \alpha = \frac{1}{2} \cdot 68°$
$= \underline{\underline{34°}}$

② $U_\diamond = 4 \cdot a$

$\approx 4 \cdot 6{,}44\,cm$

$\underline{\underline{\approx 25{,}75\,cm}}$

(3.) $\tan\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{\text{Gegenkathete}\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}{\text{Ankathete}\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$

$$\tan\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{\frac{1}{2}f}{\frac{1}{2}e} \quad \Big| \cdot \frac{1}{2}e \quad \Big| : \tan\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$$

$$\frac{1}{2}e = \frac{\frac{1}{2}f}{\tan\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$$

$$\frac{1}{2}e = \frac{3{,}6\,\text{cm}}{\tan(34°)}$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{2}e \approx 5{,}34\ \text{cm}}}$$

(4.) $A_{\diamond} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot e}\cdot f$

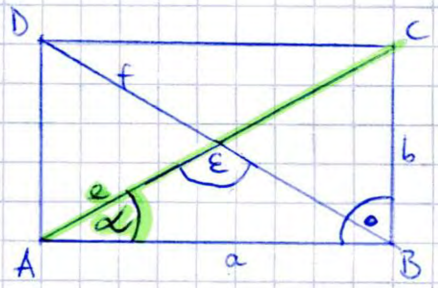
$$\approx 5{,}34\,\text{cm} \cdot 7{,}2\,\text{cm}$$

$$\underline{\underline{\approx 38{,}43\ \text{cm}^2}}$$

S119 / Nr 9

a) geg: $\overline{AC} = e = 7{,}5\,cm$

$\alpha = 29°$



ges: Umfang Rechteck : $U_{\square} = 2a + 2b$

Zsg: ① $\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

$\cos\alpha = \frac{a}{e} \quad | \cdot e$

$\cos\alpha \cdot e = a$

$\cos 29° \cdot 7{,}5\,cm = a$

$\underline{\underline{6{,}56\,cm \approx a}}$

② $\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

$\sin\alpha = \frac{b}{e} \quad | \cdot e$

$\sin\alpha \cdot e = b$

$\sin 29° \cdot 7{,}5\,cm = b$

$\underline{\underline{3{,}64\,cm \approx b}}$

③ $U_{\square} = 2a + 2b$

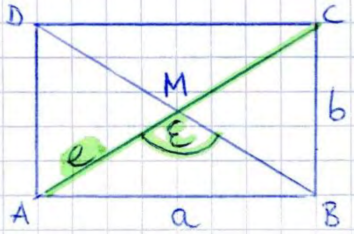
$\approx 2 \cdot 6{,}56\,cm + 2 \cdot 3{,}64\,cm$

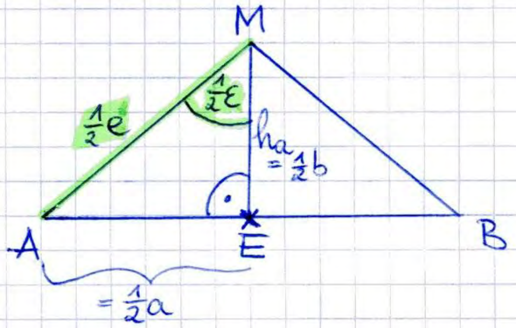
$\underline{\underline{\approx 20{,}39\,cm}}$

S119 / Nr 9

b) geg: $e = 12{,}6\,cm$

$\varepsilon = 132°$





ges: Flächeninhalt Rechteck: $A_\square = a \cdot b$

Lsg: Berechnungen im Δ AEM:

NR: $\frac{1}{2}e = \frac{1}{2} \cdot 12{,}6\,cm = 6{,}3\,cm$

$\frac{1}{2}\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot 132° = 66°$

(1.) $\cos\left(\frac{1}{2}\varepsilon\right) = \frac{\text{Ankathete}(\frac{1}{2}\varepsilon)}{\text{Hypotenuse}}$

$\cos\left(\frac{1}{2}\varepsilon\right) = \frac{h_a}{\frac{1}{2}e} \quad | \cdot \frac{1}{2}e$

$\cos\left(\frac{1}{2}\varepsilon\right) \cdot \frac{1}{2}e = h_a$

$\cos 66° \cdot 6{,}3\,cm = h_a$

$2{,}56\,cm \approx h_a$

(2.) $\sin\left(\frac{1}{2}\varepsilon\right) = \frac{\text{Gegenkathete}(\frac{1}{2}\varepsilon)}{\text{Hypotenuse}}$

$\sin\left(\frac{1}{2}\varepsilon\right) = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}e} \quad | \cdot \frac{1}{2}e$

$\sin\left(\frac{1}{2}\varepsilon\right) \cdot \frac{1}{2}e = \frac{1}{2}a$

$\sin 66° \cdot 6{,}3\,cm = \frac{1}{2}a$

$5{,}76\,cm \approx \frac{1}{2}a$

(3.) $b = 2 \cdot h_a \approx 5{,}12\,cm$

$a = 2 \cdot \frac{1}{2}a \approx 11{,}51\,cm$

(4.) $A_\square = a \cdot b$

$\approx 5{,}12\,cm \cdot 11{,}51\,cm$

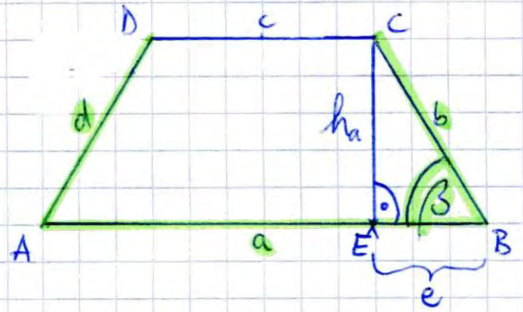
$\approx 58{,}99\,cm^2$

S119/Nr 10

geg: $a = 10{,}8\,cm$

$b = 6{,}4\,cm = d$

$\beta = 57°$



ges: Umfang Trapez: $U_{\triangle} = a + b + c + d$

Flächeninhalt Trapez: $A_{\triangle} = \frac{(a+c) \cdot h_a}{2}$

Lsg: Berechnungen im Dreieck $\triangle EBC$:

① $\sin\beta = \frac{\text{Gegenkathete } \beta}{\text{Hypotenuse}}$

$\sin\beta = \frac{h_a}{b} \quad | \cdot b$

$\sin\beta \cdot b = h_a$

$\sin 57° \cdot 6{,}4\,cm = h_a$

$\underline{\underline{5{,}37\,cm \approx h_a}}$

② $\cos\beta = \frac{\text{Ankathete } \beta}{\text{Hypotenuse}}$

$\cos\beta = \frac{e}{b} \quad | \cdot b$

$\cos\beta \cdot b = e$

$\cos 57° \cdot 6{,}4\,cm = e$

$\underline{\underline{3{,}49\,cm \approx e}}$

③ $c = a - 2 \cdot e$

$\approx 10{,}8\,cm - 2 \cdot 3{,}49\,cm$

$\underline{\underline{\approx 3{,}83\,cm}}$

4.

$$U_{⏢} = a + b + c + d$$

$$\approx 10{,}8\,cm + 6{,}4\,cm + 3{,}83\,cm + 6{,}4\,cm$$

$$\approx \underline{\underline{27{,}43\,cm}}$$

5.

$$A_{⏢} = \frac{(a+c) \cdot h_a}{2}$$

$$\approx \frac{(10{,}8\,cm + 3{,}83\,cm) \cdot 5{,}37\,cm}{2}$$

$$\approx \underline{\underline{39{,}28\,cm^2}}$$